



TITLE:

微小重力下における粉体気体の統計的性質(複雑流体の数理解析とその応用)

AUTHOR(S):

落合, 昭紀; 別所, 賢; 磯部, 雅晴

---

CITATION:

落合, 昭紀 ...[et al]. 微小重力下における粉体気体の統計的性質(複雑流体の数理解析とその応用). 数理解析研究所講究録 2006, 1472: 91-100

ISSUE DATE:

2006-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/48122>

RIGHT:

## 微小重力下における粉体気体の統計的性質

名古屋工業大学大学院工学研究科 落合 昭紀 (Akinori Ochiai)

別所 賢 (Masaru Bessho)

磯部 雅晴 (Masaharu Isobe)

Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology

### 1 はじめに

#### 1.1 背景

微小重力環境下における粉体の基礎研究は、月面や宇宙ステーション、微惑星上における粉体の輸送や粉体制御の技術確立につながる重要な研究課題である。また流動化やパターン形成を利用した新産業の創生など、次世代の宇宙産業にも直結している。近年、粉体の物理学では、粉体気体 (Granular Gas) と呼ばれる一大分野が確立している。特に「不可逆過程の統計力学」を推進するプロトタイプとして、非平衡統計物理学の伝統的手法を拡張した系統的な研究がヨーロッパ、アメリカを中心に展開されている [1, 2]。また、重力場や励起の種類など、外的環境の違いが粉体気体の振る舞いに大きな影響を及ぼすことが明らかとなっている。そのため微小重力環境における粉体気体の振動応答や適切な非平衡 (制御) パラメータを模索する精密で総合的な研究が求められてきている。

#### 1.2 粉体振動層の研究

ここ十数年の間、振動板に駆動された粉体層 (粉体振動層) に関する膨大な研究論文が蓄積されてきた。粉体振動層は、加振器を使用することで比較的容易に実験が可能で、一様重力場中において振動によるエネルギー注入と粒子間散逸がつり合う非平衡定常状態であるため、非平衡物理の観点からも重要な研究対象である。

地上重力下では平面上に広がった砂、ガラスビーズなどの薄膜粉体層を鉛直方向に加振すると、条件により粉体層の表面に四角形、縞状の規則的なパターンが出現することが知られている。例えば、テキサス大学の Swinney らのグループは加速度振幅と呼ばれる無次元量  $\Gamma$  (重力加速度  $g$ 、振動板の振幅  $A_0$ 、角振動数  $\omega$  とすると、 $\Gamma = A_0 \omega^2 / g$  で定義される。) と無次元化された振動数  $f^* (= f \sqrt{H/g}, H$ : 層の深さ) を変化させ、実験により相図を作成している。さらに非弾性剛体球を使ったシミュレーションとの定量的な比較を行なっている [3]。

一方、奥行きがない準 2 次元粉体振動層においても、さざ波 (ripple) やうねり (undulation) といったパターンが出現することが確認されており [4]、我々の非弾性剛体球を使ったシミュレーションによっても

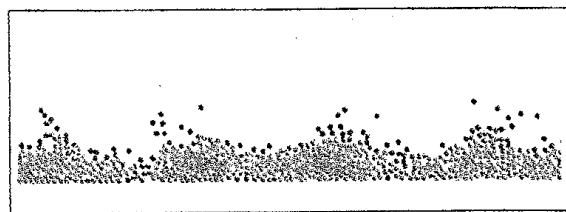


図 1: 地上重力下  $g$  において生じたさざ波パターン

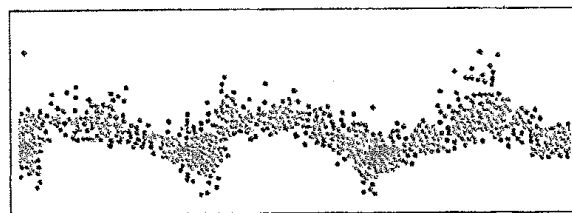


図 2: 地上重力下  $g$  において生じたうねりパターン

再現されている。図 1,2 は、水平方向に稠密に配置した粒子数  $N_W = 100$ 、鉛直方向の粒子層  $N_H = 8$ 、粒子直径  $d$ 、重力加速度  $g$ 、(無次元化した) 振動板の振動数  $f\sqrt{d/g} = 0.25$  とし、振幅  $A_0/d$  をそれぞれ 1.5 ( $\Gamma = 5.0$ ), 3.6 ( $\Gamma = 9.0$ ) とした結果である (反発係数の速度カットオフは  $v_c = \sqrt{gd}$  とおいた。次節参照。)

これらの粉体振動層をさらに単純化したものに、1 次元粉体振動層モデルがある。このモデルは、重力下において粒子間散逸と振動板によるエネルギー注入がバランスする非平衡定常状態が実現し得る最も単純な系であり、過去にも多くの研究がなされ重要な知見が得られている。90 年代半ばに、Luding らは 1 次元粉体振動層を用いて、加速度振幅  $\Gamma$  を変化させ、粉体層の凝集状態と流動状態の間の転移をシミュレーションと実験から詳細に議論した [5]。なお、Luding らは単純化のため、衝突速度に依存しない反発係数を用いている。

### 1.3 微小重力環境と衝突則

これらの粉体振動層の研究では、加速度振幅は一つの非平衡パラメータで系の動的性質が決定され、重力定数もスケールできるという経験的な事実が認識されていたと思われる。実際、Luding らの論文では、一次元粉体振動層において、粒子層  $N$  と反発係数  $e$  に加えて加速度振幅  $\Gamma$  を決めさえすれば (つまり加速度振幅さえ同じであれば、重力や振幅、振動数が任意に決められても) 種々の物理量は、一意に決定されるという結果が示されてある。また、過去の理論・シミュレーション研究の多くは、粉体の反発係数を単純化のため一定の値としていた。微小重力下での粉体の挙動を系統的に調べた過去の文献においても、反発係数は一定として研究が行われている [6, 7]。しかし、現実には粉体は衝突速度により反発係数が連続的に変化することが知られている。果たして微小重力下においても、反発係数の種類 (衝突則) によらず同様の結果が得られるだろうか? このような問題意識から、まず準 2 次元粉体層において、衝突速度に依存する反発係数を使って微小重力下における挙動を調べてみた。前節と同様のシミュレーションを行い、微小重力下 ( $10^{-6}g$ ) における粉体振動層のパターン形成の様子を調べた結果、さざ波やうねりといったパターンは形成されず、粒子は高い位置まで一様な分布のまま巻き上げられた。また粉体の反発係数は弾性衝突に近くなり、それが粉体層の巨視的物理量や動的性質に大きな影響を与える可能性があることが判明した。

そこで微小重力下における粉体気体の統計的性質と衝突則の関係をより詳細に調べ精密化させるため、Luding らが用いたモデルと同じ 1 次元粉体振動層モデルに**衝突速度に依存する反発係数**を導入し、系統的にシミュレーションを行った。そして求められた種々の物理量に関して定量的な比較を行った。この系では、例えば加速度振幅を固定し重力加速度を小さくすると、それに伴い振動板の振幅や振動数も小さくなるため、非平衡定常状態では粒子が振動板より得る運動エネルギーが減り粒子の速度自体が小さくなると予想される。衝突速度が小さくなった場合、衝突則が速度に依存すれば反発係数や衝突後の速度へも影響し系の時間スケールが遅くなることが予測されるが、巨視的な物理量との関係は自明ではない。

物理学の基礎研究において微小重力環境を利用した実験的研究は極めて少ない。これは (将来の研究拠点として有望視されている) 国際宇宙ステーションや月面基地など、微小重力環境利用する直接実験する施設が完成していないためである。現在は、航空機を利用した自由落下実験が盛んに行われている段階である。このような実験的研究が限られている現状では、理論予測やシミュレーションを使った研究が有望となる。本研究では、粉体の微視的な衝突則と微小重力場の関係を明らかにし、巨視的な物理量間の関係とスケール不変な非平衡パラメータの存在可能性を探索することを目的とした。

## 2 モデルと計算手法

### 2.1 1次元粉体振動層 (非弾性剛体球) モデル

1次元粉体振動層モデルについて説明する。重力加速度  $g$  の下、鉛直上に直径  $d$  の粒子を  $N$  個配置し、系の底に正弦波  $z_0(t) = A_0 \sin \omega t$  ( $A_0$ : 振幅,  $\omega$ : 角振動数,  $t$ : 時間) で振動する板を設置する (図 3)。この時の振動板の最大速度  $v_{max}$  は  $A_0 \omega$  であり、最大加速度は  $A_0 \omega^2$  である。振動板上に置かれた粒子群が振動板から受ける最大加速度は  $A_0 \omega^2$  であり、これが重力加速度  $g$  を超えたときに粒子群は振動板を離れて空中に放り上げられる。よって振動板の最大加速度  $A_0 \omega^2$  と重力加速度  $g$  を比とする外部パラメータとして無次元量  $\Gamma = A_0 \omega^2 / g$  を導入することは便利である。 $\Gamma$  を使って系の振る舞いを整理すると、おおよそ  $\Gamma < 1$  では粒子群は振動板に接しながら動き、 $\Gamma > 1$  では振動板から離れて動く。すなわち  $\Gamma \sim 1$  で系の状態が変化する。このことから  $\Gamma$  は、非平衡定常状態を特徴付ける一つの重要なパラメータとみなすことができ、実際過去の多くの研究は  $\Gamma$  を使って整理されている。

このモデルの動力学は粒子を剛体球とした場合、粒子同士の非弾性衝突と振動板との衝突以外は重力下における粒子の放物運動のみである。剛体球は衝突した時にのみ相互作用するため、Event-Driven 型の分子動力学法 (EDMD) で解くことができる [6]。まず、全粒子の位置  $z_i (i = 1, 2, \dots, N)$  と速度  $v_i (i = 1, 2, \dots, N)$  を知ることで、系内において最短時間で衝突 (Event) する粒子対が計算できる。次に衝突する時刻まで全粒子を移動させ、このことを繰り返す。

ここで、最下粒子と振動板の衝突時刻  $t_w$  の計算には注意が必要となる。すなわち最下粒子のある時刻 (ここでは簡単のため  $t = 0$ ) における位置と速度をそれぞれ  $z_1(0), v_1(0)$  とすると

$$C(t) = z_1(0) + v_1(0)t - \frac{1}{2}gt^2 - A_0 \sin(\omega t) - \frac{d}{2} \quad (1)$$

といった型の非線型方程式から、 $C(t_w) = 0$  が成り立つ  $t_w > 0$  かつ最小の解  $t_w$  を求めることになる。このような非線型方程式は一般に解析的には解けないが、数値的に解く方法はいくつか知られている。ここでは計算効率を上げるため、試行錯誤した結果、以下のような手続きで計算した。まず落下する粒子が振動板の振幅の最大値  $z = A_0$  まで到達する時刻  $t_{w1}$  をあらかじめ求めておきこれをイベントとした。その直後に (1) 式を用いて振動板と粒子が接触するまでの時間  $t_{w2}$  を Newton-Raphson 法を用いて収束させた。従って実際の衝突時間は  $t_w = t_{w1} + t_{w2}$  となる。この方法は、最下粒子の位置や速度の値により条件分けをする必要がなく、2分法を使った際の初期値設定の困難さや、Newton-Raphson 法のみを使用した際の解の非収束現象を回避できる。さらには数値解  $10^{-15}$  桁の精度まで約 4,5 回の反復回数で収束するというメリットがある。

### 2.2 衝突速度に依存する反発係数 $r(v)$

粒子同士が非弾性衝突した場合、衝突前後の相対速度から反発係数  $r$  が定義される。過去の多くの粉体振動層の研究では、反発係数  $r (< 1)$  は衝突速度によらず一定であると考えられ研究されてきた。しかし、ここ一世紀間の研究によって、粉体のような可視サイズの物体の衝突後の速度は、衝突前の相対速度や角度によって変化することが衝突実験などにより示されている [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]。例えば、ステンレス球を用いた実験では、衝突前の相対速度  $v$  が大きい時 ( $v \geq 5[\text{m/s}^2]$ ) は衝突粒子は塑性変形をおこし、反発係数  $r$  は  $r \propto v^{-1/4}$  となる。一方、相対速度  $v$  が小さい時 ( $v \leq 0.1[\text{m/s}^2]$ )、粒子変形は弾性的であり、 $(1 - r) \propto v^{1/5}$  となる。すなわち、 $v \rightarrow 0$  の極限で弾性衝突に近づく (図 4)。

このような衝突速度に依存する反発係数  $r(v)$  は近年重要性が認識されつつあり、その詳細について理論と実験の双方から精密化が行われている。一方、粉体振動層において衝突速度に依存する反発係数を用い

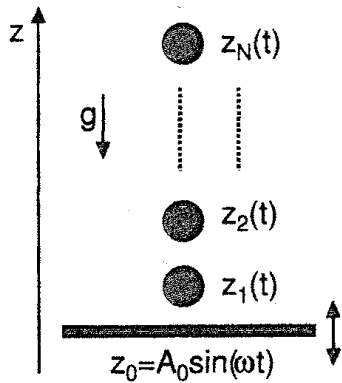


図 3: 1次元粉体振動層 (非弾性剛体球) モデル

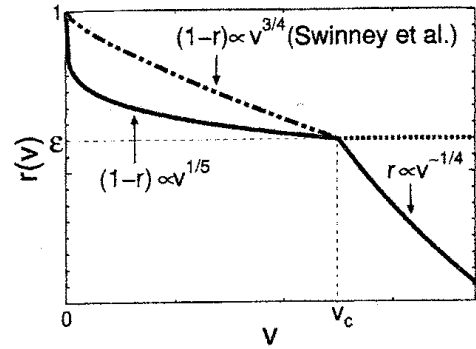


図 4: 速度依存型反発係数  $r(v)$ 。横軸: 衝突する粒子の相対速さ  $v$ 。実線は実験による結果であり、破線は一定反発係数  $r(= \epsilon)$  である。  $(1-r) \propto v^{3/4}$  は文献 [3] で用いられた反発係数。

た研究は、その重要性にも関わらず行われてこなかった。その理由としては、地上重力下において流動化が生じるようなエネルギーに対応する粉体速度では、反発係数の詳細は結果にあまり依存しなかったことが考えられる。実際、Swinney らのグループは図 4 で示された速度に依存する反発係数を使い、パターン形成実験をシミュレーションにより再現する研究を行っているが、ベキ指数や  $v_c$  を変えても結果に影響しないことを報告している [3]。

最近、McNamara と Falcon は速度に依存する反発係数の重要性を認識し、強く励起された粉体振動層において、地上重力下と無重力下での影響を調べた [16]。彼らはステンレス球を用いた実験結果を再現できるように衝突速度に依存する反発係数を注意深く設定した。そして系統的なシミュレーションを行い、一定反発係数を使った結果との比較を行った。結果は一定反発係数を基にした理論解析やシミュレーションと異なるものであった。彼らは強い励起状態を考えたが、一方で微小重力下では運動の時間スケールが遅くなるため、弾性的な散逸の部分が効いてくると考えられる。そこで、衝突速度に依存する反発係数の一つとして、

$$r(v) = \begin{cases} 1 - (1 - \epsilon)(\frac{v}{v_c})^{1/5} & (v < v_c) \\ \epsilon & (v \geq v_c) \end{cases} \quad (2)$$

を用いた系統的なシミュレーションを行い、微小重力下での影響を詳細に調べることにした。 $v$  は衝突する粒子同士の相対速さである。微小重力下では衝突速度が十分小さくなる弾性領域が効いてくると予測されるため、塑性変形が起こりうる衝突速度が大きい領域は考慮していない。そのため、 $v > v_c$  の領域では一定の反発係数 ( $\epsilon = 0.92$ ) となるようにした。この  $\epsilon$  は、地上実験で用いられるステンレス球同士の反発係数  $r$  がおよそ  $r \simeq 0.90$  であることを基準に採用した。またこの値は Luding らが [5] で用いた一定反発係数  $r_c = 0.92$  と同じ値である。彼らの研究と比較するため、一定反発係数  $r_c = 0.92$  を使ったシミュレーションも独立に行った。

### 2.3 $v_c$ の決定方法

McNamara と Falcon の論文によると、ステンレス球が弾的にはね返る領域と塑性変形する領域の境目の速さを  $v_c$  とし、その時の粒子の反発係数を  $\epsilon$  としている (図 4)。すなわち  $(v_c, \epsilon)$  は粒子固有の物性値である。

このような実験事実を考慮し、 $v_c$  は地上重力下  $g$  と粒子の粒子直径  $d$  を用いて、 $v_c = \sqrt{gd}$  とおいた (例えば、 $g = 9.8[\text{m/s}^2]$ ,  $d = 0.01[\text{m}]$  とし具体的に計算すると  $v_c \simeq 0.3[\text{m/s}]$  となる。これは McNamara と Falcon が示しているステンレス球実験とほぼ同じ値になることがわかる)。

この  $v_c$  のオーダーについて以下のような考察できる。まず  $\Gamma \sim 1$  に注目する。これは地上重力下で系の振舞いに変化する特徴的な量である。 $\Gamma \sim 1$  の時、 $g \sim A_0\omega^2$  であるため、振動板の振幅を  $A_0 \sim d$  とした場合、 $v_c \sim A_0\omega$  となる。つまり、物性値である  $v_c$  は地上重力下  $g$  における  $\Gamma \sim 1$  の場合の振動板の最大速度  $v_{\max} = A_0\omega$  と同じオーダーである。従って物質の物性値として  $v_c$  を固定すれば、地上重力下  $g, \Gamma \sim 1$  を基準とした振動層の振舞いと微小重力下での振舞いの比較が議論できる。

### 3 微小重力下での物理量変化

#### 3.1 シミュレーションとパラメータ領域

シミュレーションは、まず初期状態から 1 粒子当たり約 30,000 回衝突させ、非平衡定常状態に緩和させた後、種々の物理量を計算した。また全ての物理量は (反発係数  $r$  と粒子速度  $v$  の確率密度分布関数  $P(r), P(v)$  を除き)、振動板周期  $T$  の  $1/10$  間隔でデータを出力し  $T = 5000$  までサンプルをとった。すなわちサンプル量は、50,000 である。

シミュレーションは  $(A_0, N)$  を  $(d, 10)$  と固定し、 $(\Gamma, g)$  を変化させた ( $\Gamma$  と  $g$  は独立ではないため、 $\omega$  も変化する)。特に重力加速度  $g \sim 10^{-4}g$  を中心に解析を行った。

#### 3.2 反発係数と粒子速度の確率密度分布関数

粉体粒子同士の衝突速度とその分布関数が、微小重力下 ( $\ll g$ ) でどのように変化するかを調べる。一定反発係数 ( $r_c = 0.92$ ) と速度依存型反発係数 ( $r(v), \epsilon = 0.92$ ) を用いた場合の、反発係数と速度分布の確率密度分布関数を以下に示す。

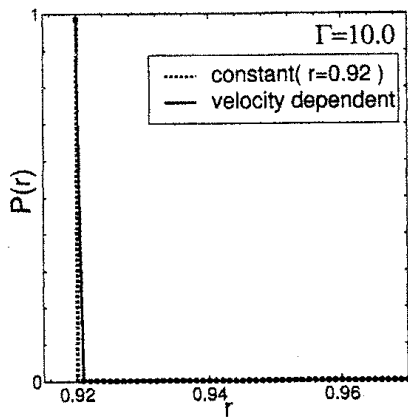


図 5: 地上重力下 ( $g$ ) における反発係数の確率密度分布関数

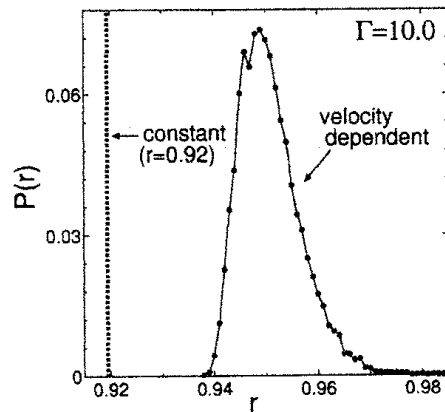


図 6: 微小重力下 ( $10^{-4}g$ ) における反発係数の確率密度分布関数

図 5, 6 は  $\Gamma = 10$  に固定した場合の、地上重力下 ( $g$ ) と微小重力下 ( $10^{-4}g$ ) における反発係数の確率密度分布関数である。地上重力下 (図 5) では、分布に差が見られないのに対し、微小重力下 (図 6) では反発係

数が分布を持ち、 $r(v) \sim 1$  の弾性衝突に近くなった。これは微小重力下においては粒子の衝突速度が (2) 式の速度カットオフ  $v_c$  より小さくなるためである (ピークの位置  $r \sim 0.95$  から見積ると、 $v \sim 0.1v_c$ )。

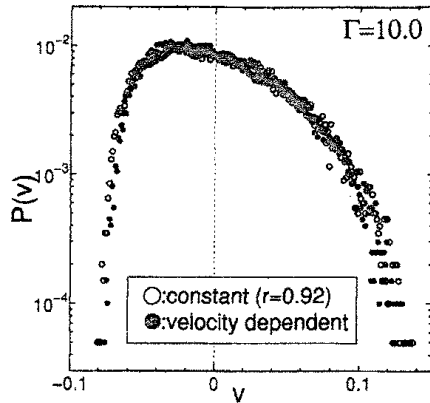


図 7: 地上重力下 ( $g$ ) における粒子速度の確率密度分布関数

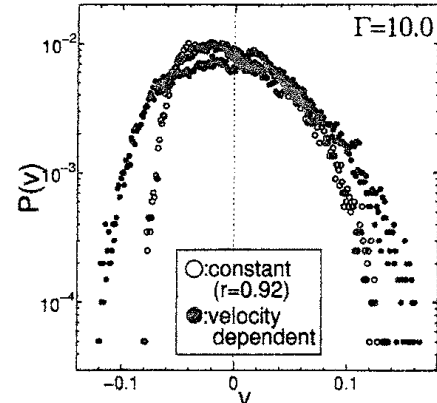


図 8: 微小重力下 ( $10^{-4}g$ ) における粒子速度の確率密度分布関数

次に粒子速度の分布を比較した。反発係数の分布の場合と同様に、地上重力下 ( $g$ ) では速度分布に差は見られない (図 7)。また、ピークが速度 0 になく、速度分布の非対称性が確認できる。これは上昇する粒子の速度が大きいことから生じる。一方、微小重力下 ( $10^{-4}g$ ) においては、一定反発係数の速度分布と比べピークが  $v \sim 0$  付近になり正規分布に近づいている。これは衝突速度が大きい場合は散逸量が大きく (すなわち衝突後は速度が小さくなり)、逆に小さい場合は散逸量が小さくなるためフィードバック機構が働き正規分布に近い分布が得られたのだと考えられる (図 8)。

### 3.3 巨視的物理量

#### 3.3.1 膨張度 $\lambda$ と平均散逸時間 $\tau_D$

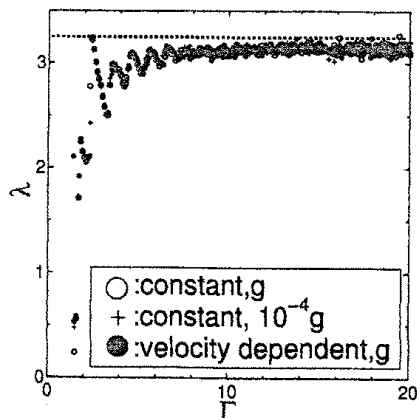


図 9: 一定反発係数  $r_c$ 、速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いて  $\Gamma$  を変化した場合の膨張度  $\lambda$

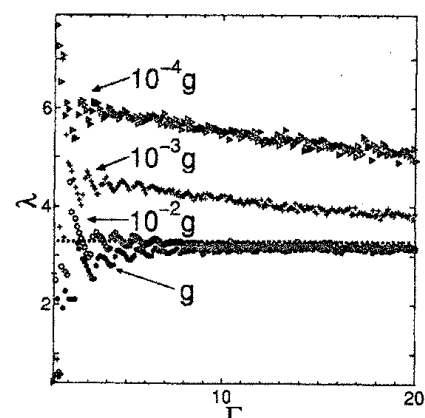


図 10: 速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いて重力加速度を変化させた時の膨張度  $\lambda$

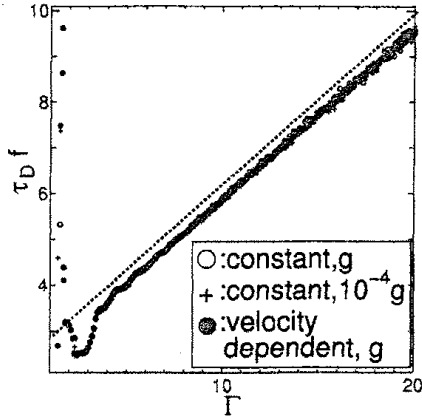


図 11: 一定反発係数  $r_c$ 、速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いて  $\Gamma$  を変化させた場合の平均散逸時間  $\tau_D$

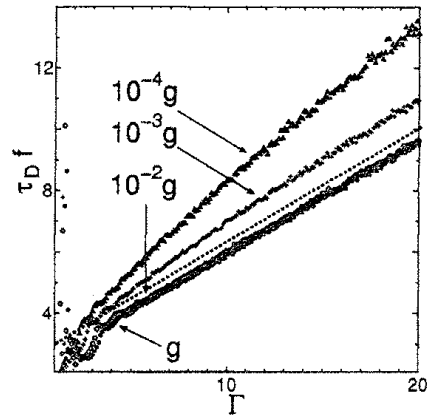


図 12: 速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いて重力加速度を変化させた時の平均散逸時間  $\tau_D$

Luding らは文献 [5] で、非平衡定常状態を特徴付けるため、膨張度  $\lambda$  と平均散逸時間  $\tau_D$  という巨視的物理量を導入し、その変化の様子を系統的に調べている。

膨張度  $\lambda$  とは、粒子群の最上粒子と最下粒子の位置の差  $z_N^* - z_1^*$  のアンサンブル平均を  $A_0\Gamma$  で無次元化した量である。

$$\lambda = \frac{\langle z_N^* - z_1^* \rangle}{A_0\Gamma} \quad (3)$$

ここで  $z_i^*$  とは、粒子の座標を  $z_i$  とすると、 $z_i^* = z_i - (i-1)d - \frac{1}{2}d$  である。すなわち、粒子群が隙間のないクラスターを形成し集团的に動いている場合に 0 となる量である。また  $\lambda$  はおよそ最上粒子のもつ位置エネルギーと、振動板により最下粒子に注入される運動エネルギーの比とも考えることができる。

平均散逸時間  $\tau_D$  とは、定常状態において単位時間あたりに系の外部から注入 (= 内部での散逸) されるエネルギー変化量  $\langle P \rangle$  と全エネルギー  $\langle E \rangle$  の比を表したもので、

$$\tau_D = \frac{\langle E \rangle}{\langle P \rangle} \quad (4)$$

で表される。Luding らのシミュレーションの結果は、 $(N, r_c)$  が固定された系でこれらの物理量は、 $\Gamma$  に対して (どのような  $(A_0, \omega, g)$  をとっても) 同じ値をとり、 $\Gamma$  に関するユニバーサルなスケーリングカーブを描くことを示している。すなわち、膨張度  $\lambda$  と平均散逸時間  $\tau_D$  はそれぞれ  $\lambda = f_1(N, r_c, \Gamma)$ ,  $\tau_D = f_2(N, r_c, \Gamma)$  といった関数で決まり、 $(N, r_c, \Gamma)$  が系の挙動を記述する 3 つの独立なパラメータとみなせる。

図 9 は、 $(N, r_c) = (10, 0.92)$  に固定し、重力加速度  $g, 10^{-4}g$  における  $\lambda$  と、速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いた地上重力下  $g$  での  $\lambda$  の 3 つを比較したものである。一定反発係数を用いた場合、重力の大きさに関係なく  $\lambda$  の値は決まり、 $\Gamma$  の増大に伴いある一定の値に漸近していく。また速度依存型反発係数を用いた場合でも、地上重力の場合は  $\lambda$  に差は生じない。しかし微小重力下では、図 10 のように速度依存型反発係数  $r(v)$  を用いると、衝突が弾性的になり散逸によるエネルギーロスが少なくなる。その結果、 $\lambda$  の値は重力加速度が小さくなるほど大きくなり、また一定の値には漸近していないことがわかる。図 11 は重力加速度  $g, 10^{-4}g$  における  $\tau_D \cdot f$ 、速度依存型反発係数  $r(v)$  を用い重力加速度  $g$  とした際の  $\tau_D \cdot f$  の  $\Gamma$  による変化である。 $(\tau_D$  は時間の次元を持つ物理量であるため、振動数  $f$  を用いて無次元化している。) 重力加速度によらず  $\Gamma$  の増大に伴い線形に増大することがわかる。しかし微小重力下で速度依存型反発係数を用いる



と、同じ  $\Gamma$  でも値が異なり増大の仕方も  $\Gamma$  に対して線形ではない (図 12)。なお  $N, r_c$  を変化させても同様の結果が得られた。

これらの結果は、微小重力下で速度依存型反発係数を用いた場合、 $\lambda, \tau_D$  といった巨視的物理量は単純に決まらないことを示している。しかし、これは反発係数が分布を持ち、より弾性衝突に近づいた (前節) からと解釈すると自然に見える。なぜなら一定の反発係数  $r_c$  においても弾性衝突に近づけば、 $\lambda, \tau_D$  は異なった値をとるからである。

### 3.3.2 反発係数の分布関数と巨視的物理量の予測

ここで次なる疑問は  $r_c$  によって  $\lambda$  などの物理量が一意に (定量的に) 決まっているのかという点である。例えば、一定反発係数  $r_c$  を使ったシミュレーションで得られた (ある  $\Gamma$  での)  $r_c$  と  $\lambda$  の関係と速度依存型反発係数  $r(v)$  を使ってシミュレーションした結果得られた反発係数の確率密度分布を使って  $\lambda_{exp}$  を見積もることが可能である。果たしてそのような見積もりによって得られた  $\lambda_{exp}$  は、速度依存型反発係数を使った実際のシミュレーションで得られた  $\lambda_{sim}$  と一致するだろうか? もし一致すれば速度依存型反発係数で得られた結果は、一定反発係数の結果の重ね合わせ (Luding らの論文の延長線上) で理解できる。すなわち、反発係数の分布関数さえわかれば、一定の反発係数による結果を使って巨視的物理量は予測が可能となるからである。しかしそうでない場合は、衝突の順序や反発係数の大きさの時系列などが系の動力学に何らかの複雑な寄与をし、それが系の巨視的物理量に大きな影響を及ぼしていることを意味する。このことを確かめるため、以下の 3 つを計算して比較した。

1. 速度依存型反発係数を使って、直接  $\lambda_{sim}$  を計算する。
2. 一定反発係数  $r_c$  を使ったシミュレーションから得た膨張度と反発係数の関係  $\lambda_c(r)$  と速度依存型反発係数を使ったシミュレーションから得られた確率密度分布関数  $P_{vd}(r)$  を使って、予測値  $\lambda_{exp}$  を

$$\lambda_{exp} = \int_0^1 \lambda_c(r) \cdot P_{vd}(r) dr \quad (5)$$

を見積もる。

3. 速度依存型反発係数を使って得られた反発係数の確率密度分布関数  $P_{vd}(r)$  と同じ形の反発係数の分布を乱数で発生させて実際にシミュレーションをし、 $\lambda_{rand}$  を計算する。

図 13 は、速度依存型反発係数を使ってシミュレーションした  $\lambda_{sim}(\bullet)$  と、予測した  $\lambda_{exp}(\circ)$  を実際に比較したものである。これらの結果から膨張度  $\lambda$  の  $\Gamma$  依存性は、定性的な傾向は似ているが両者には定量的な差が生じていることがわかった。一方、乱数を使った反発係数から求めた  $\lambda_{rand}(+)$  は  $\lambda_{exp}(\circ)$  の予測と一致していた。なお、重心の高さ  $Z$  に関しても同様の計算を行なったが、膨張度と同様に予測値  $Z_{exp}$  は実際の値  $Z_{sim}$  よりも大きく定量的に異なる結果を得た。

これらの結果は、たとえ速度依存型反発係数  $r(v)$  の反発係数の分布がわかっても、巨視的物理量を予測できないことを示している。また、乱数を使った結果が予測と一致していることから反発係数の分布関数が同じであっても、人為的に反発係数を設定してしまうと巨視的物理量は異なる結果を出す。すなわち微小重力下では過去の研究 (すなわち一定反発係数を使った結果) とは基本的に異なり、多粒子系の複雑な動力学の変化に応じて反発係数が動的に変化をし、それが巨視的物理量に影響を与えることがわかった。

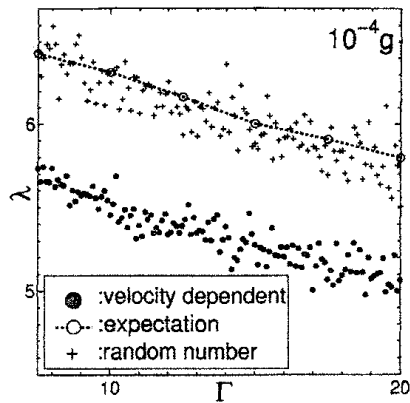


図 13: 速度依存型反発係数を使って得た膨張度  $\lambda_{sim}$ , 予測した  $\lambda_{exp}$ , 乱数による  $\lambda_{rand}$  の比較

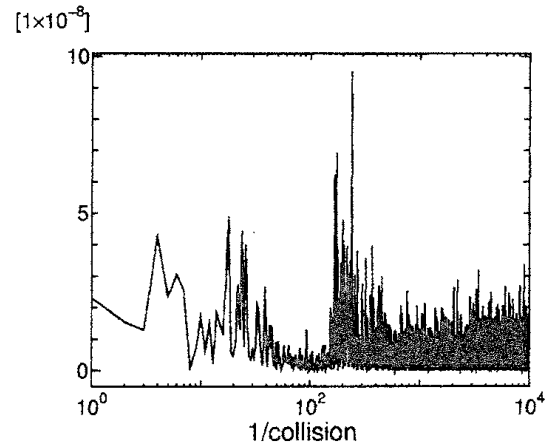


図 14: 速度依存型反発係数の時系列データから求めたパワースペクトル。( $\Gamma = 10.0$ )

### 3.4 反発係数の時系列相関

巨視的物理量に違いが生じた原因をより詳細にしらべるため、実際にシミュレーションして得られる速度依存型反発係数  $r(v)$  の時系列の相関を考察した。図 14 は、 $\Gamma = 10.0$  において反発係数の時系列データから得られたパワースペクトルである。図より、反発係数  $r(v)$  の時系列にはいくつかの長期的な相関の存在を示すピークが存在していることが確認できる。このようなピークは一定反発係数を使った際には見られず、微小重力下では流動状態においてさえも反発係数の時系列に何らかの周期的な相関が存在しており、それが巨視的物理量に大きな影響を及ぼしている可能性が示唆される。これらの相関とその影響については現在詳細に研究中である。

## 4 まとめと今後の展望

本研究では、微小重力下における粉体気体の非平衡定常状態での振動応答と巨視的物理量の関係を調べ精密化させるため、単純かつ現実的なモデルとして一次元粉体振動層に速度依存型反発係数を導入し、系統的に数値シミュレーションを行なった。地上重力下と違って微小重力下においては速度依存型反発係数の影響により、反発係数が分布を持ち加速度振幅に対する巨視的物理量の変化が単純ではなくなった。また、巨視的物理量は一定反発係数やその重ね合わせで作成した分布（すなわち、人為的な反発係数）を使ってシミュレーションした過去の文献の延長線上では説明がつかず、微小重力下では多粒子が関連する複雑なダイナミクスにより反発係数が動的に変化することが確認された。そして、それが系の巨視的振舞いに定量的な相違を及ぼす結果が得られた。微小重力下では加速度振幅は適切な非平衡パラメータではないことから、さらに次元や層厚、駆動パラメータの違いによる物理量の変化を調べ、外場や振動駆動に対する粉体の流動化や応答を包括する「微小重力下に拡張された非平衡パラメータ」の探索と「巨視的物理量の定量的違いの起源」の探求によって、理論的枠組みの構築を模索することが重要である。

## 謝辞

本研究は、科学研究費補助金 若手研究 (B) 「微小重力環境下での粉体系における乱流化現象とその統計則の解明」の援助を受けてます。また計算の一部は、東京大学物性研究所スーパーコンピュータシステムを利用して行われました。ここに謝意を表します。また、名工大の杉山勝教授、都城高専の若生潤一氏には様々なご指摘やご議論を頂いたことに感謝いたします。

## 参考文献

- [1] T. Pöschel and S. Luding (Eds.), *Granular Gas* (Lecture Notes in Physics, 564), Springer (2001).; T. Pöschel and N. Brilliantov (Eds.), *Granular Gas Dynamics* (Lecture Notes in Physics, 624), Springer (2003).; N. Brilliantov and T. Pöschel, *Kinetic Theory of Granular Gases*, Oxford University Press (2004).; T. Pöschel and T. Schwager, *Computational Granular Dynamics*, Springer (2004).
- [2] I. Goldhirsch, *Rapid Granular Flows*, Annu. Rev. Fluid. Mech. **35**, 267 (2003).
- [3] H. L. Swinney and E. C. Rericha, in The Physics of Complex Systems (New Advances and Perspectives)- The International School of Physics Enrico Fermi, Course CLV 155, 173, edited by F. Mallamace and H. E. Stanley (IOS Press (Amsterdam), 2004), pp.1-34.
- [4] 佐野 理: 日本物理学会誌 Vol.60, No.6 (2005) p.266
- [5] S. Luding, E. Clément, A. Blumen, J. Rajchenbach and J. Duran: Phys. Rev. E, **49** (1994) 1634.
- [6] M. Isobe and H. Nakanishi, J. Phys. Soc. Jpn, **68** (1999) 2882; M. Isobe, Phys. Rev. E, **64** (2001) 031304.
- [7] 磯部雅晴, 第13回統計物理学研究会研究報告書 (2003) pp.79-100.
- [8] 磯部雅晴, 物性研究, **72** (1999) 21.; M. Isobe, Int. J. Mod. Phys. C **10**, (1999) 1281.
- [9] C. V. Raman: Phys. Rev., **12** (1918) 442.; D. Tabor: Proc. Roy. Soc. A, **192** (1948) 247.; W. Goldsmith: Impact, Arnold, London (1960).
- [10] K. L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge (1985).
- [11] L. Labous, A. D. Rosato, and R. N. Dave: Phys. Rev. E, **56** (1997) 5717.
- [12] G. Kuwabara and K. Kohno: Jpn. J. Appl. Phys, **26** (1987) 1230.
- [13] E. Falcon, C.Laroche, S. Fauve and C. Coste: Eur. Phys. J. B, **5** (1998) 111.
- [14] J.-M. Hertzsch, F. Spahn, and N. V. Brilliantov: J. Phys. II (Paris), **5** (1995) 1725.; J Schäfer, S. Dippel and D. E. Wolf: J. Phys. I (Paris), **6** (1996) 5.; S. Luding, E. Clément, A. Blumen, J. Rajchenbach, and J. Duran: Phys. Rev. E, **50** (1994) 4113.
- [15] H. Kuninaka and H. Hayakawa: Phys. Rev. Lett, **93** (2004) 154301.
- [16] S. McNamara and E. Falcon: Phys. Rev. E, **71** (2005) 031302.